# MOVIMENTO DE PROJÉTEIS

## Identificação

Uma imagem com máquina, interior, engenharia, parede

Descrição gerada automaticamente

Figura 1. Representação da montagem experimental

Trabalho realizado por:

David Poeta Pelicano nº 113391,

Henrique Manuel Pereira Ferreira, nº 113600,

Pedro Miguel Miranda de Melo, nº 114208;

Turma: PL4

Grupo: 2

Data de Realização: 19/10/2023

Índice

[MOVIMENTO DE PROJÉTEIS 1](#_Toc148617583)

[Identificação 1](#_Toc148617584)

[Sumário 2](#_Toc148617585)

[Introdução Teórica 3](#_Toc148617586)

[Procedimento experimental 3](#_Toc148617587)

[Parte A - Determinação da velocidade inicial 3](#_Toc148617588)

[Parte B - Dependência do alcance com o ângulo de disparo 4](#_Toc148617589)

[Parte C - Pêndulo Balístico: Método alternativo para determinação da velocidade inicial de um projétil 5](#_Toc148617590)

[Apresentação dos Resultados 6](#_Toc148617591)

[Determinar a velocidade inicial do projétil através das equações do movimento 6](#_Toc148617592)

[Verificar a dependência do alcance com o ângulo de lançamento 7](#_Toc148617593)

[Determinar a velocidade inicial do projétil utilizando um pêndulo balístico 8](#_Toc148617594)

[Análise de Resultado 9](#_Toc148617595)

[Parte A - Determinação da velocidade inicial 9](#_Toc148617596)

[Parte B - Dependência do alcance com o ângulo de disparo 9](#_Toc148617597)

[Parte C - Pêndulo Balístico: Método alternativo para determinação da velocidade inicial de um projétil 10](#_Toc148617598)

[Discussão e conclusão 10](#_Toc148617599)

[Bibliografia 11](#_Toc148617600)

## Sumário

Neste trabalho, realizaram-se experiências para calcular o movimento de projéteis. A primeira visou determinar a velocidade inicial do projétil com base nas equações do movimento. A segunda explorou a relação entre a distância de voo e o ângulo de lançamento. Na terceira, utilizou-se um pêndulo balístico para calcular a velocidade inicial do projétil. A metodologia incluiu medições diretas e indiretas para análise dos resultados. Qualquer desvio em relação à exatidão total pode ser atribuído às incertezas das medições diretas dos objetos usados na experimentação.

## Introdução Teórica

No estudo do movimento de projéteis, uma variável essencial a ser determinada é a velocidade inicial, uma vez que influência diretamente tanto o alcance quanto a trajetória do projétil. Essa velocidade inicial pode ser calculada através de equações de movimento, onde é considerada a componente velocidade inicial no deslocamento do lançamento.

Outro aspeto crucial no estudo de projéteis diz respeito à influência do ângulo de lançamento no alcance. A grandeza a ser medida é o ângulo que proporciona o alcance máximo para obter esse ângulo determinamos o máximo da função da relação entre as distâncias e os ângulos

Além disso, a experiência do pêndulo balístico é uma abordagem eficaz para determinar a velocidade inicial dos projéteis. A fórmula utilizada para calcular a velocidade inicial através do pêndulo balístico baseia-se no princípio de conservação da energia mecânica.

## Procedimento experimental

A experiência foi dividida em 3 partes como referido anteriormente.

### Parte A - Determinação da velocidade inicial

**A diagram of a machine

Description automatically generated**

Figura 2. Esquema da montagem experimental A

#### Material utilizado:

Uma esfera que é o nosso objeto de teste, o lançador de projéteis (1) que serve para o lançamento da respetiva esfera e base de fixação (2) do lançador de projéteis, dois sensores, um para iniciar a contagem do tempo (3) e outro para terminar (4) e um sistema de controlo dos sensores (5).

#### Procedimento:

Primeiro começa-se por medir a distância entre os dois sensores. Para executar a experiência, a esfera é colocada no lançador de projéteis e disparada. Depois de passar pelos sensores, é obtido um tempo de passagem que pode ser visualizado no sistema de controlo. É feita a experiência 3 vezes para atingir valores mais precisos. Com os valores obtidos, já é possível calcular a velocidade inicial da esfera.

#### Cuidados a ter:

Ter cuidados ao colocar o lançador de projéteis na horizontal, garantir que os sensores estão imediatamente à frente do lançador e que esses estão ligados ao sistema de controlos. Por fim garantir que o sistema de controlos está ligado à fonte de alimentação, está configurado para ler o tempo entre os sensores e que está na posição de desligado (OFF).

### Parte B - Dependência do alcance com o ângulo de disparo

**A diagram of a curve

Description automatically generated**

Figura 3. Esquema da montagem experimental B

#### Material utilizado:

Uma esfera usado no lançamento, um lançador de projéteis (1) e a sua base de fixação(2), um peso perpendicular à superfície para regular o ângulo de lançamento e um alvo(3) composto por papel químico, para marcar onde a esfera cai, e papel milimétrico.

#### Procedimento:

Antes de iniciar os lançamentos é preciso medir a altura do lançador de projéteis com a superfície. A experiência é realizada 5 vezes cada uma com ângulos diferentes, 30°, 34°, 38°, 40° e 43°, respetivamente. Para cada ângulo são feitos 3 lançamentos da esfera até atingir o alvo. Por fim é medido a distância entre a posição em x do lançador até à posição da esfera no alvo. Com os valores, é possível encontrar o ângulo para a maior distância percorrida.

#### Cuidados a ter:

Na realização da experiência é necessário ter cuidado em apertar bem o lançador de projéteis à base para que a cada lançamento o ângulo não se altere. A medição da altura, como da distância percorrida pela esfera é essencial garantir que são medidas perpendicular e paralelamente à superfície, respetivamente.

### Parte C - Pêndulo Balístico: Método alternativo para determinação da velocidade inicial de um projétil

**Uma imagem com esboço, desenho, ilustração

Descrição gerada automaticamente**

Figura 4. Esquema da montagem experimental C

#### Material utilizado:

Uma esfera, o lançador de projéteis e a sua base e um pêndulo.

#### Procedimento:

Para a realização da experiência, primeiro é necessário pesar a esfera e o pêndulo e também medir o comprimento do pêndulo. A experiência é realizada 5 vezes que consistem em lançar a esfera contra o pêndulo e obter o ângulo que o pêndulo atinge. Com os ângulos obtidos, consegue-se calcular a velocidade inicial da esfera.

#### Cuidados a ter:

Garantir que o lançador de projéteis esteja horizontal com a superfície e que o pêndulo esteja bem fixo.

## Apresentação dos Resultados

### Determinar a velocidade inicial do projétil através das equações do movimento



Figura 5. Tabela da experiência A

As medidas diretas L = 100 ± 1 mm, t = 0.0452 ± 1.00E-03 s.

**L:** Distância entre os sensores.

**∆Li:** Incerteza na distância entre os sensores.

**Média L:** Média das distâncias entre os sensores.

**δ média L:** Diferença entre a média e as distâncias entre os sensores.

**∆Lm:** Incerteza máxima da distância entre os sensores.

**t:** Tempo de voo do projétil entre os sensores.

**∆ti:** Incerteza no tempo de voo do projétil entre os sensores.

**Média t:** Média dos tempos de voo do projétil entre os sensores.

**δ média t:** Diferença entre a média e os tempos de voo do projétil entre os sensores.

**∆tm:** Incerteza máxima dos tempos de voo do projétil entre os sensores.

**v0:** Velocidade inicial do projétil.

**∆v0:** Incerteza na velocidade inicial do projétil.

**precisão:** Percentagem de precisão em relação à velocidade inicial.

### Verificar a dependência do alcance com o ângulo de lançamento



Figura 6. Tabela da experiência B

As medidas diretas são ang1 = 30° + 0.5°, ang2 = 34° + 0.5°, ang3 = 38° + 0.5°, ang4 = 40° + 0.5° e ang5 = 43° + 0.5°.

**ang:** Ângulo de lançamento (em graus).

**d1(cm):** Distância 1 (em centímetros) - Representa a primeira medição da distância percorrida para o determinado angulo.

**d2(cm):** Distância 2 (em centímetros) - Representa a segunda medição da distância percorrida para o determinado angulo.

**d3(cm):** Distância 3 (em centímetros) - Representar a terceira medição da distância percorrida para o determinado angulo.

**mediaD(cm):** Média das distâncias percorridas (em centímetros).

**v(m/s):** Velocidade do projétil (em metros por segundo).

**Yi(cm):** Altura inicial (em centímetros).

**ΘmáxT:** Ângulo de lançamento para o alcance máximo teórico.

**Θmax\_ob:** Ângulo de lançamento para o alcance máximo observado.

**Θamax\_ob:** Incerteza do ângulo de lançamento para o alcance máximo observado.

**Precisão:** Percentagem de precisão em relação ao ângulo de lançamento para o alcance máximo teórico.

**Gráfico:** Gráfico da relação entre as distâncias médias e os ângulos de lançamento.

### Determinar a velocidade inicial do projétil utilizando um pêndulo balístico



Figura 7. Tabela da experiência C

As medidas diretas são α1 = 20 ° + 0.5 °, α2 = 22 ° + 0.5 °, α3 = 22 ° +0.5 °, α4=22 ° + 0.5 °, α5 = 22 ° + 0.5 °.

**α:** Ângulo do pêndulo balístico após o impacto com a esfera (em graus).

**∆α:** Incerteza no ângulo do pêndulo balístico.

**αm:** Média dos ângulos do pêndulo balístico.

**δ média α:** Diferença entre a média dos ângulos do pêndulo balístico e os valores individuais.

**∆αm:** Incerteza na média dos ângulos do pêndulo balístico.

**h:** Diferença entre a altura do pêndulo balístico antes e depois do impacto (em centímetros).

**∆h:** Incerteza na diferença de altura do pêndulo balístico.

**hm:** Média das diferenças de altura do pêndulo balístico.

**δ média h:** Diferença entre a média das diferenças de altura do pêndulo balístico e os valores individuais.

**∆hm:** Incerteza na média das diferenças de altura do pêndulo balístico.

**v0:** Velocidade inicial do projétil.

**∆v0:** Incerteza na velocidade inicial do projétil.

**precisão:** Percentagem de precisão em relação à velocidade inicial.

**c.p:** Comprimento do pêndulo balístico (em centímetros).

**m:** Massa do projétil (em unidades apropriadas).

**M:** Massa do pêndulo balístico (em unidades apropriadas).

## Análise de Resultado

Cálculos utilizados no método dos mínimos desvios quadráticos

### Parte A - Determinação da velocidade inicial

Nesta experiência, para o método dos mínimos desvios quadráticos, tivemos de determinar a velocidade inicial de um projétil, para isso tivemos de primeiro medir a distância entre os sensores e o registar o tempo de voo do projétil entre os dois sensores. De seguida, aplicamos a equação do movimento uniformemente acelerado, que relaciona a distância, a velocidade inicial, o tempo e a aceleração da gravidade. Repetimos o processo 5 vezes, para obter resultados mais robustos, e no final, calculamos a velocidade inicial e o respetivo desvio e a precisão.

A velocidade inicial, pelos nossos cálculos (Média da distância (0.100m) / Média do tempo de voo (0.0452S), deu 2,21m/s.

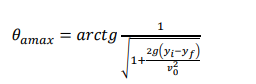
Para calcular o desvio, tivemos de fazer a multiplicação entre a velocidade inicial e a soma de (∆Lm (erro máximo da distância) /Distância) e (∆tm (erro máximo do tempo de voo) / média do tempo de voo). Assim, chegamos ao valor de desvio 0.071071 m/s.

Para determinar a precisão fizemos (1 - desvio/velocidade inicial), que nos deu 96,79%.

### Parte B - Dependência do alcance com o ângulo de disparo

 Nesta experiência, para o método dos mínimos desvios quadráticos, tivemos de registar os valores do alcance do projétil, o ângulo de lançamento, para cada disparo feito (30°,34°,38°,40° e 43°), de seguida tivemos de medir a altura inicial do lançamento do projétil em relação á mesa.

Com estes dados construímos um gráfico no Excel onde o alcance está no eixo vertical e o ângulo de lançamento no eixo horizontal, adquirindo assim uma equação geral de uma reta, y=ax^2 + bx+c, que acabou por nos dar y = -0,0258x^2 + 1,7999x + 44,569

𝜃𝑎𝑚𝑎𝑥T à Ângulo correspondente ao alcance máximo (Valor teórico)

𝜃𝑎𝑚𝑎𝑥P à Ângulo correspondente ao alcance máximo (Valor Prático)

Para calcular a precisão, fizemos 1- |(𝜃𝑎𝑚𝑎𝑥T- 𝜃𝑎𝑚𝑎𝑥P) / 𝜃𝑎𝑚𝑎𝑥T)|, que nos acabou por dar 99,9%.

### Parte C - Pêndulo Balístico: Método alternativo para determinação da velocidade inicial de um projétil

Nesta experiência, tivemos de medir a massa da esfera(projétil) (m) e do pêndulo(M), o comprimento do pêndulo(L) a média dos ângulos (21.8°) e a incerteza no ângulo (0,5°) e a incerteza na média dos ângulos (∆αm).

Massa da esfera: 66,7g

Massa do pêndulo: 303,6g

Comprimento do pêndulo: 28,4cm

Tivemos de calcular a altura para cada lançamento, (h = (L^2 \* (1-COSx))/2g), que é a diferença entre a altura do pêndulo antes e depois do impacto, de seguida a média destas alturas(2,03cm), a incerteza na diferença de altura do pêndulo (0,1), a diferença entre a média das diferenças de altura do pêndulo e os valores individuais, a seguir, determinou-se a incerteza na média das diferenças de altura do pêndulo que é 0.32.

Para calcular a velocidade inicial do projétil utilizamos a seguinte fórmula:

Uma imagem com Tipo de letra, texto, branco, símbolo

Descrição gerada automaticamente

Dando assim o valor de 3,51m/s.

De seguida, para calcular a incerteza na velocidade inicial(∆v0), foi utilizada a fórmula v0\*((∆αm/ αm) +( ∆hm/hm)), dando assim 0,84.

Para determinar a precisão foi usada a fórmula (1-∆v0/v0), que corresponde ao valor 75,91%.

## Discussão e conclusão

Em suma, analisando os resultados das velocidades iniciais obtidas nas partes A e C, 2.21 +- 0.07m/s e 3.5 +- 0.84m/s, respetivamente, conseguiu-se reparar que na experiência A ou na C existiram erros experimentais, pelo facto da diferença de velocidades (1.29m/s) ser maior que o erro. Contudo, pensamos que a experiência C possa ter sido a que teve menos precisão, de modo a impactar o valor da velocidade inicial. Relativamente à Parte B, o resultado obtido foi bastante positivo, dado que o resultado esperado é de 34.8818+-1º e o obtido foi 34.8848+-1º, por isso na Parte B não existiu grande margem de erro, visto que foi atingido uma precisão de 99.9% o que sugere que a dependência do alcance com o ângulo de lançamento foi verificada com sucesso e que a experiência foi bem-sucedida.

## Bibliografia

Guião TRABALHO \_ MOVIMENTO DE PROJÉTEIS: <https://elearning.ua.pt/pluginfile.php/5001750/mod_resource/content/1/MCE_Movimento%20de%20proj%C3%A9teis_2023-2024.pdf>

Guião Instrumentação e análise de dados experimentais: <https://elearning.ua.pt/pluginfile.php/3786837/mod_resource/content/1/Guia-anA%CC%83%C2%A1lise%20experimental.pdf>